

На правах рукописи

Сорокин Дмитрий Леонидович

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
МНОГОМЕРНЫХ ПОЛЕЙ В ОТКРЫТЫХ И
МНОГОВИТКОВЫХ
ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ УСКОРИТЕЛЯХ
РЕЛЬСОВОГО ТИПА**

Специальность 05.13.18 — Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук



Москва — 2020

Работа выполнена в федеральном государственном учреждении
«Федеральный исследовательский центр Институт прикладной
математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук»

Научный доктор физико-математических наук, профессор
руководитель: **Галанин Михаил Павлович**

Официальные **Колдоба Александр Васильевич**, доктор физико-
оппоненты: математических наук, старший научный сотрудник,
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»,
заведующий кафедрой «Моделирование и технологии
разработки нефтяных месторождений»

Мухин Сергей Иванович, доктор физико-
математических наук, доцент, Федеральное
государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования «Московский
государственный университет им. М. В. Ломоносова»,
профессор

Ведущая Федеральное государственное автономное
организация: образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный
университет «МИФИ»

Защита состоится «__» _____ 2020 г. в __ ч. __ мин.
на заседании диссертационного совета Д 212.141.15 при Московском
государственном техническом университете имени Н. Э. Баумана по
адресу: г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, зал Учёного совета.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского
государственного технического университета им. Н. Э. Баумана и
на сайте www.bmstu.ru.

Автореферат разослан «__» _____ 2020 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
кандидат технических наук, доцент

Аttetков
Александр
Владимирович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Математическое моделирование процессов, протекающих в устройствах сложной геометрической формы, важно, так как в ходе натуральных экспериментов, как правило, удаётся измерить лишь некоторые интегральные характеристики, а для совершенствования технических устройств важно глубже понимать процессы. Данная работа посвящена вопросам, связанным с моделированием электромагнитного поля в электродинамических ускорителях рельсового типа. Рельсотроны являются перспективными устройствами для разгона тел до скоростей порядка 10 км/сек. В результате их можно рассматривать как кандидатов на экологически чистое транспортное средство для доставки грузов в космическое пространство. Также рельсотроны могут применяться в качестве электромагнитной катапульты для запуска самолётов с авианосцев, исследования поведения вещества в критических режимах гиперскоростей, высоких температур и давлений и т. п.

Создание электродинамических ускорителей, отвечающих современным требованиям, невозможно без математического моделирования. Исследуемые сегодня ускорители обладают сложной конструкцией: используемые якоря обычно имеют сложную форму, для усиления напряжённости магнитного поля и управления ею используются дополнительные рельсы (витки подмагничивания), вместо классических ускорителей используются многовитковые, представляющие собой объединение нескольких классических ускорителей. Усложнение отдельных элементов ускорителя и введение дополнительных элементов (таких как рельсы подмагничивания) требуют модернизации математической модели и вычислительного алгоритма.

Электромагнитное поле, разгоняющее якорь, как правило, нелокально. Для его корректного описания необходимо строить математическую модель в неограниченной области. Это усложняет процесс численного решения задачи. В работах К. В. Брушлинского, В. С. Рябенского описаны метод замены переменных, метод граничных интегральных уравнений, метод разностных потенциалов. О. Зенкевич, Р. Bettess разработали метод введения бесконечных элементов совместно с конечными элементами.

Методика использования квазиравномерных сеток совместно с методом конечных разностей описана, например, Н. Н. Калиткиным. Несмотря на большое количество разработанных методов решения задач в неограниченной области, универсального способа учёта таких особых граничных условий нет, поэтому необходимо развитие имеющихся методов и создание новых, которые можно применить при моделировании электромагнитного поля.

Целью работы является разработка и применение математических моделей, алгоритмов и программных средств для моделирования электромагнитного и теплового полей в электродинамических ускорителях рельсового типа различных конструкций (в том числе открытых и многовитковых).

Для достижения поставленной цели потребовалось решение **следующих основных задач.**

1. Развитие математических моделей для описания электромагнитных полей в областях сложной геометрической формы, содержащих несвязные проводящие подобласти

2. Построение алгоритмов решения задач в неограниченной области.

3. Разработка программного комплекса для моделирования процесса разгона макротел в многовитковых рельсотронах и ускорителях с рельсами подмагничивания.

4. Численное моделирование полей в устройствах различной конструкции.

Методы исследования. При решении задач, возникших в ходе выполнения диссертационной работы, использовались различные методы математического моделирования и вычислительной математики: метод конечных разностей, метод опорных операторов, численные методы решения интегро-дифференциальных уравнений, методы решения задач математической физики, вычислительный эксперимент.

Достоверность и обоснованность полученных результатов гарантируется строгостью используемого математического аппарата и подтверждается сравнением результатов расчётов с теоретическими оценками и экспериментальными данными.

Научная новизна. В диссертации получены следующие новые научные результаты.

1. Построены алгоритмы численного решения задач в неограниченной области. На их основе построен вычислительный алгоритм для моделирования процессов в открытых ускорителях рельсового типа.

2. Исследован вопрос выделения единственного решения уравнений Максвелла в квазистационарном приближении в трёхмерной области с несвязной проводящей подобластью. Предложен метод обеспечения единственности, основанный на введении дополнительного проводящего элемента («фиктивного якоря»).

3. Создан кроссплатформенный программный комплекс для расчёта процесса разгона макротел в открытых и многовитковых электродинамических ускорителях рельсового типа, вычислительный модуль которого имеет как последовательную, так и параллельную реализацию.

Теоретическая и практическая значимость диссертационной работы состоит в развитии методов численного исследования процессов, протекающих в электродинамических ускорителях рельсового типа, что необходимо для моделирования ускорителей сложной геометрической формы (многовитковые и содержащих рельсы подмагничивания).

Разработан и зарегистрирован программный комплекс, представляющий собой программную платформу для моделирования разгона макротел в трёхмерной постановке.

Проведено сопоставление данных вычислительных и натуральных экспериментов, подтвердившее корректность разработанных алгоритмов.

Положения, выносимые на защиту

1. Математическая модель открытого многовиткового электродинамического ускорителя рельсового типа.

2. Вычислительные алгоритмы для моделирования процесса разгона макротел в рельсотроне с витками подмагничивания и открытым многовитковым ускорителе, а также методы решения задач с оператором смешанного типа в неограниченной области.

3. Программный комплекс, реализующий разработанные

вычислительные алгоритмы, расчётный модуль которого имеет как последовательную, так и параллельную реализацию, созданную с использованием технологии параллельных вычислений MPI.

Апробация результатов работы. Результаты диссертационной работы докладывались на семинарах в Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (2018, 2020), на конференциях: XIV International Seminar Mathematical models & modeling in laser plasma process & advanced science technologies (LPpM3-2016) (Москва, 2016), Всероссийская конференция «Научный сервис в сети Интернет» (Новороссийск, 2016 – 2020), VI Международная научно-техническая конференция «Проблемы химмотологии: от эксперимента к математическим моделям высокого уровня» (Москва, 2016), Международная научная конференция «Современные проблемы математической физики и вычислительной математики», посвященная 110-летию академика А.Н. Тихонова (Москва, 2016), «Школа молодых учёных: Математические модели, высокоточные алгоритмы и программное обеспечение для суперкомпьютеров – 2017» (Москва, 2017), Первый китайско-российский научно-практический форум «Наукоёмкие технологии: от науки к внедрению» (Китай, Харбин, 2018), «Школа-конференция молодых ученых: Математические модели, высокоточные алгоритмы и программное обеспечение для суперкомпьютеров – 2018» (Москва, 2018), Международная конференция «Современные проблемы вычислительной математики и математической физики», посвященная памяти академика А. А. Самарского в связи со 100-летием со дня его рождения (Москва, 2019),

Публикации. Основные результаты диссертационной работы отражены в 18 печатных работах. в том числе 5 статьях в изданиях, индексируемых в международных базах данных и системах цитирования Scopus и Web of Science.

Работы 2018 – 2020 годов поддержаны грантами Российского фонда фундаментальных исследований (проекты РФФИ № 18-01-00252 и № 18-31-20020).

Личный вклад соискателя. Все исследования, изложенные в диссертационной работе, проведены лично соискателем в процессе научной деятельности. Из совместных публикаций в диссертацию включён лишь материал, который непосредственно принадлежит

соискателю, заимствованный материал обозначен в работе ссылками.

Структура и объём работы Диссертационная работа состоит из введения, четырёх глав и списка литературы. Работа изложена на 102 страницах, содержит 36 иллюстраций и 18 таблиц. Список литературы включает 84 наименования.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении приведён обзор литературы по теме исследования, обоснована актуальность темы, сформулированы цель и задачи исследования, основные положения, выносимые на защиту, приведены данные о структуре и объёме диссертационной работы.

В первой главе описано устройство электродинамического ускорителя типа рельсотрон. Отмечено, что характерное время протекания электродинамических процессов в ускорителях рельсового типа много больше времени прохождения светом характерного пространственного масштаба задачи. Проводимость материалов, по которым течет электрический ток, достаточно высока, так что в них выполнены условия применимости магнитогидродинамического (в данном случае — квазистационарного) приближения уравнений Максвелла.

В связи с тем, что характерный поперечный размер ускорителя намного больше его длины, а наиболее сложные и интересные для исследования процессы происходят в окрестности якоря (характерные размеры которого сопоставимы с поперечным размером ускорителя), целесообразно описывать электромагнитное поля в области, жёстко связанной с якорем и движущейся вместе с ним. В этом случае возникает необходимость задания на торцах получившейся расчётной области специальных граничных условий. Для задания граничных условий на боковой границе используется модель идеального кожуха, т. е. равенство нулю тангенциальной компоненты вектора напряжённости электрического поля. Для решения системы уравнений Максвелла предложено ввести векторный потенциал A . Таким образом, для описания электромагнитного поля в ускорителе

необходимо решить следующую задачу:

$$4\pi\sigma \left\{ [\mathbf{u} \times \text{rot } \mathbf{A}] - \frac{D\mathbf{A}}{Dt} + (\mathbf{v}, \nabla) \mathbf{A} \right\} = \\ = \text{rot } \frac{1}{\mu} \text{rot } \mathbf{A} - \theta(\sigma) \text{grad } \frac{1}{\mu} \text{div } \mathbf{A}, \quad (1)$$

$$\mathbf{A}|_{t=0, \mathbf{r} \in G_1} = 0, \quad (2)$$

$$\mathbf{A}_\tau|_{\mathbf{r} \in \Gamma_1} = 0, \quad (3)$$

$$(\text{rot } \mathbf{A})_\tau|_{\mathbf{r} \in \Gamma_2} = \mu \Psi_\tau(\mathbf{r}, t), \quad (4)$$

$$\text{div } \mathbf{A}|_{\mathbf{r} \in \gamma_{12}} = 0, \mathbf{A}_n|_{\mathbf{r} \in \gamma_{22}} = 0. \quad (5)$$

Здесь G – рассматриваемая пространственная область ($G = G_1 \cup G_2$), $G_1 = \{\mathbf{r} \in G : \sigma > 0\}$, $G_2 = \{\mathbf{r} \in G : \sigma = 0\}$, ∂G_1 и ∂G_2 – границы G_1 и G_2 соответственно, $\partial G_{12} = \partial G_1 \cap \partial G_2$, Γ_1 – часть общей границы ∂G , на которой задано условие для \mathbf{E}_τ^* , что эквивалентно условию для \mathbf{A}_τ , Γ_2 – часть ∂G , на которой задано условие для \mathbf{H}_τ (Ψ_τ – известная вектор-функция), $\partial G = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$, $\Gamma_{12} = \Gamma_1 \cap \partial G_2$, $\Gamma_{22} = \Gamma_2 \cap \partial G_2$, $\gamma_{12} = \partial G_{12} \cup \Gamma_{12}$, \mathbf{E} – вектор напряженности электрического поля в системе координат, в которой вещество покоится, причём $\mathbf{E} = \mathbf{E}^* + [\mathbf{u} \times \mathbf{H}]$, \mathbf{E}^* – вектор напряженности электрического поля в неподвижной (лабораторной) системе координат, \mathbf{H} – вектор напряженности магнитного поля, \mathbf{u} – вектор скорости движения вещества, $\mathbf{w} = \mathbf{u} - \mathbf{v}$ – вектор относительной скорости вещества, \mathbf{v} – скорость движения точек пространственной области (в нашем случае \mathbf{v} – скорость движения якоря как целого, не зависящая от координат пространственной точки, в рассматриваемых задачах в декартовой системе координат движение якоря происходит в положительном направлении оси Oy), σ – удельная проводимость, μ – магнитная проницаемость, $\mathbf{r} = (x, y, z)$ – радиус-вектор, t – время. В записи (1) – (5) использованы смешанные эйлерово-лагранжевы (СЭЛ) переменные: $D/Dt = \partial/\partial t + (\mathbf{v}, \nabla)$, где $\partial/\partial t$ – производная при фиксированных эйлеровых переменных, D/Dt – при фиксированных СЭЛ-переменных. Индекс n указывает на нормальную по отношению к границе составляющую вектора, τ – тангенциальную. В (1) – (5)

учтена неоднородность задачи по пространству: $\theta(\sigma) = 0$ в G_1 и $\theta(\sigma) = 1$ в G_2 .

Система уравнений (1) – (5) и все дальнейшие формулы записаны в безразмерном виде. Предполагается, что магнитная проницаемость μ не зависит от температуры, а также величины и направления магнитного поля, и является константой для каждого материала (для диэлектрика $\mu \equiv 1$).

В процессе разгона макротела важную роль играет джоулев нагрев. Он служит причиной плавления и испарения якоря, что ухудшает контакт между рельсом и якорем. В связи с этим математическая модель ускорителя включает в себя не только уравнения, описывающие электромагнитное поле, но и уравнение теплопроводности с учётом фазовых переходов. Влияние температуры на электромагнитное поле осуществляется из-за зависимости электрической проводимости от температуры:

$$\rho \frac{D\varepsilon}{Dt} + \rho(\mathbf{w}, \nabla)\varepsilon = (\mathbf{j}, \mathbf{E}) + \operatorname{div}(\varkappa \operatorname{grad} T),$$

где ρ – плотность вещества, $\varepsilon = \int_0^T c_v dT$ – удельная внутренняя энергия, c_v – удельная теплоёмкость, \varkappa – коэффициент теплопроводности, T – температура.

При описании движения якоря считается, что на метаемое тело действует только сила Ампера:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \int_{arm} [\mathbf{j} \times \mathbf{H}]_y dV,$$

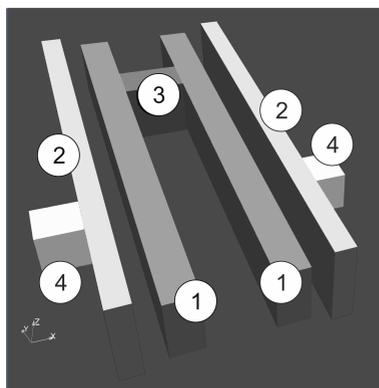
где \mathbf{j} – вектор плотности тока, m – масса якоря.

Вычислительная модель построена на основе метода конечных разностей (МКР) и метода опорных операторов. Дифференциальная и разностная модели обеспечивают сохранение полного тока во всех сечениях и равенство нулю дивергенции векторного потенциала в диэлектрике.

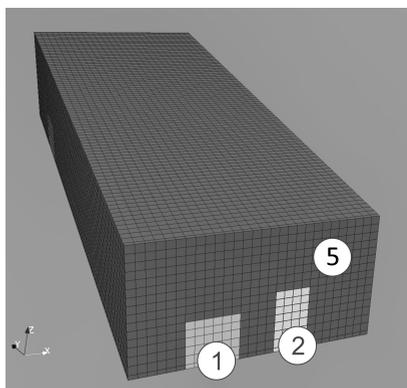
Единственность решения в случае моделирования классического ускорителя (с одной парой рельсов) обеспечивается заданием специальных граничных условий (5). В случае, если в ускорителе

кроме основных рельсов имеются витки подмагничивания — элементы, по которым течёт электрический ток, отдельный от тока в направляющих, — для выделения единственного поля E (напряжённости электрического поля) в диэлектрической подобласти необходимо дополнительное условие (например, обеспечение решением минимума энергии электрического поля). В работе проанализированы методы решения данной проблемы, для обеспечения единственности предложен метод введения «фиктивного якоря».

Метод фиктивного якоря состоит во введении некоторого дополнительного проводящего элемента вдали от метаемого тела так, чтобы полный ток, протекающий по этому элементу, был равен нулю (Рис. 1). Показана применимость метода «фиктивного якоря» при решении конкретных задач. Проанализировано влияние положения и свойств материала «фиктивного якоря» на результат ускорения.



(а)



(б)

Рис. 1. Геометрия устройства после введения «фиктивного якоря» (а) и расчётная область (б): 1 — основные рельсы, 2 — витки подмагничивания, 3 — основной якорь, 4 — «фиктивные якоря», 5 — диэлектрик

Во второй главе предложены методы решения задач с оператором смешанного типа в неограниченной области: метод задания интегрального граничного условия и трёхэтапный итерационный

алгоритм. Проанализированы достоинства и недостатки каждого из методов. Проведено их сравнение с методом расширения расчётной области.

Метод расширения расчётной области прост в реализации, но имеет высокую вычислительную сложность. Альтернативными методами являются методы, основанные на использовании формул Грина. Первым из них является метод задания интегрального граничного условия. Применение данного метода приводит, как правило, к необходимости решать системы линейных алгебраических уравнений с заполненными строками, соответствующими границе. При использовании трёхэтапного метода необходимо решать две системы, но с разреженными строками, относящимися к граничным условиям. На основе метода задания интегральных граничных условий и трёхэтапного метода построены и программно реализованы вычислительные алгоритмы для решения ряда задач в неограниченной области. Результаты вычислительных экспериментов подтверждают корректность методов. Также они свидетельствуют о том, что если порядок точности квадратурных формул, используемых при реализации методов, согласован с порядком разностной схемы, то порядок сходимости схемы сохраняется.

Для внешних задач с неизвестной функцией Грина предложены алгоритмы численного решения. Доказана сходимость построенных итерационных процессов.

В третьей главе построена математическая модель электродинамического ускорителя без кожуха. Для построения вычислительной модели использованы методы, разработанные в предыдущей главе, и закон Био — Савара — Лапласа. В частности, для задания граничных условий на торцах расчётной области применены метод расширения расчётной области, метод задания интегрального граничного условия и трёхэтапный метод. Показано, что все три метода приводят к правильному результату, но в силу двумерности вспомогательной задачи в практических целях лучше использовать метод интегрального граничного условия. Такой подход позволяет задать тангенциальные компоненты вектора напряжённости магнитного поля на торцах так, чтобы по рельсам протекали заданные токи. А если на боковой поверхности для задания тангенциальной компоненты электрического поля использован закон Био — Савара —

Лапласа, то магнитное поле на торце расчётной области будет согласовано с полем в ускорителе. Таким образом, математическая модель для описания электромагнитного поля преобразуется к виду:

$$4\pi\sigma \left\{ [\mathbf{u} \times \text{rot } \mathbf{A}] - \frac{D\mathbf{A}}{Dt} + (\mathbf{v}, \nabla) \mathbf{A} \right\} = \\ = \text{rot } \frac{1}{\mu} \text{rot } \mathbf{A} - \theta(\sigma) \text{grad } \frac{1}{\mu} \text{div } \mathbf{A},$$

$$\mathbf{A}|_{t=0, \mathbf{r} \in G_1} = 0,$$

$$(\text{rot } \mathbf{A})_\tau|_{\mathbf{r} \in \Gamma_2} = \mu \Psi_\tau^{inf}(\mathbf{r}, t),$$

$$\mathbf{A}_\tau|_{\mathbf{r} \in \Gamma_1} = \mathbf{A}_\tau^{inf}|_{\mathbf{r} \in \Gamma_1},$$

$$\text{div } \mathbf{A}|_{\mathbf{r} \in \gamma_{12}} = 0, \quad \mathbf{A}_n|_{\mathbf{r} \in \Gamma_{22}} = \mathbf{A}_n^{inf}|_{\mathbf{r} \in \Gamma_{22}},$$

где $\mathbf{A}^{inf}(\mathbf{r}_0) = \int_{V_1} \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}) dV}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}$, V_1 — проводящие подобласти внутри G (т. е. G_1) и вне её, ток в которых оказывает влияние на процессы, протекающие в G .

Для численного решения новой системы уравнений построен итерационный процесс, показана его корректность.

В четвёртой главе изложены вопросы, связанные с организацией расчёта и структурой кроссплатформенного программного комплекса. Отмечено, что разработанный программный комплекс имеет последовательную и параллельную версии. Первая необходима для проведения большей части инженерных расчётов и позволяет решать задачи с сотнями тысяч неизвестных. Параллельная версия программы написана с использованием технологии MPI и позволяет проводить расчёты на вычислительных кластерах, что в свою очередь позволяет использовать более подробные сетки, содержащие десятки миллионов ячеек (до миллиарда неизвестных).

Исследование ускорения вычислений на кластерной суперЭВМ проведено с использованием вычислительного кластера К-60 ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. Для исследования масштабируемости вычислительного модуля задана сетка, содержащая порядка 2 млн. неизвестных, и проведены расчёты с использованием разного

количества вычислительных ядер.

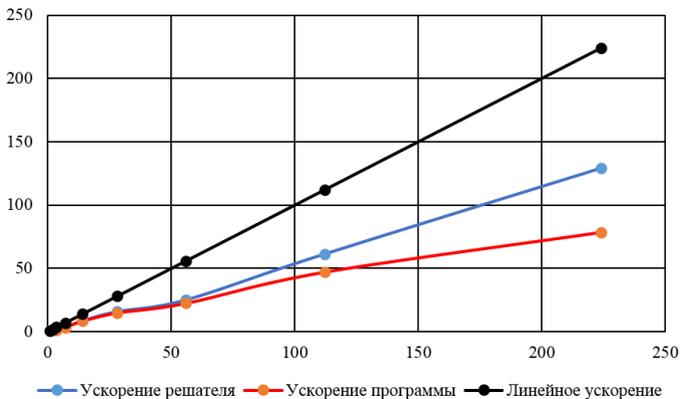


Рис. 2. Зависимость ускорения расчёта от числа задействованных в расчёте ядер

Отмечено, что провести вычисления с использованием одного вычислительного ядра невозможно, поэтому уменьшение времени расчёта изучалось относительно запуска программы на двух вычислительных ядрах. Зависимость ускорения расчёта от количества использованных ядер приведена на Рис. 2 (на графике по оси абсцисс отложено относительное число вычислительных ядер).

График на Рис. 2 показывает, что разработанный программный комплекс хорошо масштабируется на сотни вычислительных ядер. В то же время алгоритм решения полной задачи содержит участки последовательного кода, что снижает эффективность распараллеливания (по сравнению с теоретической).

Таблица 1

Сравнение результатов натурального эксперимента и численного моделирования

	Скорость вылета из ускорителя, м/с	Время разгона, мс
Эксперимент	376.9	2.90
Расчёт	394.3	2.96
Расхождение, %	4.6	2.1

Разработанный программный комплекс для расчёта пространственно-трёхмерных нестационарных процессов электродинамического разгона макротел зарегистрирован в федеральной службе по интеллектуальной собственности.

В качестве примера ускорителя с витками подмагничивания рассмотрен рельсотрон MAZEL. Для данного ускорителя в диссертации М. Roch приведены результаты натурных экспериментов. Сравнение результатов натурального и вычислительного экспериментов (Табл. 1) свидетельствует о хорошем соответствии модели и реального устройства.

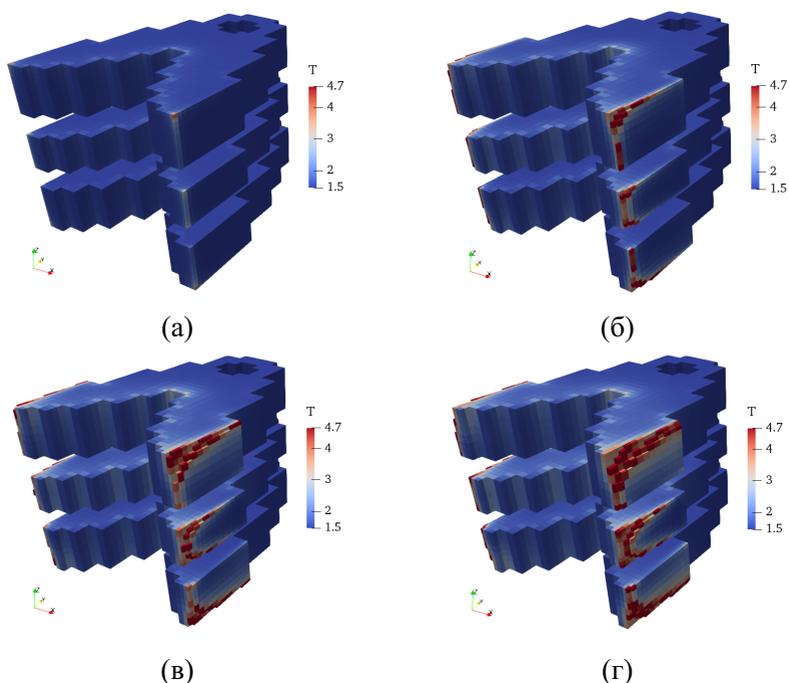


Рис. 3. Распределения температуры в ядре в различные моменты времени (а) $t = 0.25$, (б) $t = 0.5$, (в) $t = 0.75$, (г) $t = 1.0$

На примере модели открытого многовиткового ускорителя MTR-3-1-3, построенного в ТРИНИТИ, проведён анализ влияния наличия кожуха на результат ускорения. Показано, что наличие кожуха может более чем на 15 % снизить скорость вылета тела из

канала ускорителя. Кроме того, для данного ускорителя исследована динамика расплавления якоря. На Рис. 3 приведено распределение температуры в сборке из трёх якорей трёхвиткового ускорителя в различные моменты времени. Можно заметить, что центральный элемент в сборке нагревается более равномерно и меньше подвержен разрушению. Внешние элементы начинают разрушаться быстрее. Их расплавление начинается с углов. Аналогичный результат можно наблюдать и в натуральных экспериментах.

Качественное и количественное соответствие результатов вычислительного и натурального экспериментов свидетельствует о корректности используемых в диссертационной работе моделей и алгоритмов.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1. Разработана математическая модель процесса разгона проводящих макротел в открытых электродинамических ускорителях рельсового типа. Разработаны методы численного решения класса задач с операторами смешанного типа в неограниченной области как в двумерном, так и трёхмерном случаях. Разработан итерационный метод учёта искусственных граничных условий для моделирования электромагнитного поля в неограниченной области.

2. Проанализированы особенности моделирования электромагнитного поля в случае, когда расчётная область содержит несколько несвязных проводящих подобластей. Разработан метод моделирования электромагнитного поля, заключающийся во введении дополнительного элемента («фиктивного якоря»).

3. Создан кроссплатформенный программный комплекс с графическим интерфейсом для моделирования процесса разгона проводящих макротел в ускорителях сложных конструкций. Проведены вычислительные эксперименты процесса разгона, подтвердившие корректность модели.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ ОТРАЖЕНЫ В РАБОТАХ

1. Галанин М. П., Глизнуцина П. В., Сорокин Д. Л. Математическое моделирование многомерных квазистационарных электромагнитных полей в канале электродинамического ускорителя // Проблемы химмотологии: от эксперимента к математическим моделям высокого уровня: тез. докл. VI Международной научно-технической конференции». М., 2016. С. 15. (0,15 п.л. / 0,1 п.л.)

2. Галанин М. П., Глизнуцина П. В., Сорокин Д. Л. Математическое моделирование многомерных квазистационарных электромагнитных полей в канале электродинамического ускорителя // Современные проблемы математической физики и вычислительной математики: тез. докл. международной конференции, приуроченной к 110-летию со дня рождения академика А. Н. Тихонова. М., 2016. С. 92. (0,15 п.л. / 0,1 п.л.)

3. Галанин М. П., Глизнуцина П. В., Сорокин Д. Л. Программная реализация математической модели процесса электродинамического ускорения макротел // Научный сервис в сети Интернет: труды XVIII Всероссийской научной конференции. М., 2016. С. 111 – 112. (0,25 п.л. / 0,15 п.л.)

4. Решение трехмерного нестационарного уравнения теплопроводности методом конечных элементов с учетом фазовых переходов / Д. Л. Сорокин [и др.]. М., 2016. 27 с. (Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. № 66). (3 п.л. / 1 п.л.)

5. Galanin M. P., Gliznutcina P. V., Sorokin D. L. Mathematical modelling of multidimensional quasi-stationary electromagnetic fields in the channel of electrodynamic accelerator // Mathematical Models and Modeling in Laser – Plasma Processes and Advanced Science Technologies : Program and Abstracts XIV International Interdisciplinary Seminar. М., 2016. P. 35. (0,15 п.л. / 0,1 п.л.)

6. Галанин М. П., Глизнуцина П. В., Сорокин Д. Л. Параллельная реализация расчёта квазистационарного электромагнитного поля в устройствах сложной геометрической формы // Научный сервис в сети Интернет: труды XIX Всероссийской научной конференции. М., 2017. С. 106 – 108. (0,3 п.л. / 0,2 п.л.)

7. Галанин М. П., Сорокин Д. Л. Расчёт квазистационарных электромагнитных полей в областях, содержащих несвязные проводящие подобласти. М., 2017. 24 с. (Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. № 19). (2,5 п.л. / 1,5 п.л.)

8. Применение программной платформы Теметос для разработки среды моделирования электромагнитного ускорителя / Д. Л. Сорокин [и др.]. М., 2018. 32 с. (Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. № 44). (3,5 п.л. / 1,2 п.л.)

9. Галанин М. П., Сорокин Д. Л. Математическое моделирование электромагнитного поля в неограниченной области // Научный сервис в сети Интернет: труды XX Всероссийской научной конференции. М., 2018. С. 122 – 124. (0,3 п.л. / 0,2 п.л.)

10. Галанин М. П., Сорокин Д. Л. Разработка и применение численных методов решения задач в неограниченной области на основе третьей формулы Грина. М., 2018. 24 с. (Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. № 246). (2,5 п.л. / 1,5 п.л.)

11. Галанин М. П., Сорокин Д. Л. Моделирование квазистационарных электромагнитных полей в областях, содержащих несвязные проводящие подобласти // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2019. № 1. С. 4 – 15. (1,2 п.л. / 0,8 п.л.)

12. Галанин М. П., Сорокин Д. Л. Модели и алгоритмы для задач электромагнитного ускорения проводящих макротел // Международная конференция памяти академика А. А. Самарского : тезисы докладов. М., 2019. С. 87 – 88. Mathematical modelling of multidimensional quasi-stationary electromagnetic fields in the channel of electrodynamic accelerator // Mathematical Models and Modeling in Laser – Plasma Processes and Advanced Science Technologies : Program and Abstracts XIV International Interdisciplinary Seminar. М., 2016. P. 35. (0,15 п.л. / 0,1 п.л.)

13. Galanin M. P., Sorokin D. L. Development and application of numerical methods for equations of mixed type in an unbounded domain // Differential Equations. 2019. Vol. 55. Issue 7. P. 915 – 928. (1,4 п.л. / 0,85 п.л.)

14. Галанин М. П., Сорокин Д. Л. Численное решение задач с оператором смешанного типа в неограниченной области // Научный сервис в сети Интернет: труды XXI Всероссийской научной

конференции. М., 2019. С. 230 – 233. (0,5 п.л. / 0,3 п.л.)

15. Methods of numerical modeling of a railgun with magnetization turns / Sorokin D. L. [и др.] // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2019. Vol. 92. Issue 3. P. 820 – 828. (1,0 п.л. / 0,5 п.л.)

16. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019663612. Программный комплекс расчета пространственно-трехмерных нестационарных процессов электродинамического разгона макротел в ускорителях для математического и вычислительного обеспечения работ по проведению модельных натуральных экспериментов прототипов ГЛА в электродинамических ускорителях рельсового типа нового поколения / Д.Л. Сорокин [и др.]. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 21.10.2019.

17. Galanin M. P., Sorokin D. L. Solving Exterior Boundary Value Problems for the Laplace Equation // Differential Equations. 2020. Vol. 56. No. 7. P. 890 – 899. (1,0 п.л. / 0,6 п.л.)

18. Галанин М. П., Сорокин Д. Л. Моделирование электромагнитного поля в ускорителях рельсового типа в отсутствие внешнего кожуха. М., 2020. 16 с. (Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. № 43). (1,6 п.л. / 1,0 п.л.)

19. Galanin M. P., Sorokin D. L. Numerical solution tasks with mixed operator in unlimited area // CEUR Workshop Proceedings. 2020. Vol. 2543. P. 370 – 376. (0,7 п.л. / 0,4 п.л.)