

УДК 517.987.5+517.938+519.21

Предельные теоремы для специальных потоков над преобразованиями Вершика

А. И. Буфетов

В работе получены асимптотическое разложение эргодического интеграла и предельная теорема для специальных потоков над преобразованиями Вершика.

Библиография: 49 названий.

Ключевые слова: преобразования Вершика, ренормализация, скорость сходимости в эргодической теореме, предельные теоремы, конечно аддитивные инвариантные меры, поток Тейхмюллера, инвариантные обобщенные функции Фorni, коцикл Концевича-Зорича.

DOI: 10.4213/gm9557

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1. Введение	5
1.1. Марковские компакты	7
1.1.1. Пути и графы	7
1.1.2. Асимптотические слоения	8
1.1.3. Конечно аддитивные меры	8
1.1.4. Меры прямого произведения и двойственность	10
1.1.5. Строгая эргодичность	11
1.1.6. Слабо липшицевы функции	12
1.1.7. Упорядочения Вершика	12
1.2. Случайные марковские компакты	13
1.2.1. Пространство марковских компактов	13
1.2.2. Ренормализационный коцикл	13
1.2.3. Приближение слабо липшицевых функций	14
1.2.4. Транспонированный коцикл и двойственность	14

Автор поддержан проектом A*MIDEX (№ ANR-11-IDEX-0001-02), профинансированным программой “Investissements d’Avenir” Правительства Французской Республики и подотчетным Французскому Национальному Агентству Исследований (ANR). Автор – стипендиат Фонда Альфреда Слоуна. Работа над этой статьей поддерживалась программой “Динамические системы и теория управления” Президиума Российской академии наук, грантами Президента РФ МК-4893.2010.1 и МК-6734.2012.1, грантами РФФИ 11-01-00654, 12-01-33020, 12-01-31284, грантом РФФИ-CNRS 10-01-93115-НЦНИЛ, Национальным научным фондом (грант DMS 0604386), Фондом Эдгара Оделла Ловетта в Университете Райса.

Глава 2. Символическая аппроксимационная теорема	16
2.1. Подготовительная аппроксимационная лемма	16
2.1.1. Случай одностороннего марковского компакта	16
2.1.2. Двойственность	18
2.2. Продолжение мер	21
2.2.1. Кольцо хорошо приближаемых дуг	21
2.2.2. Продолжение на дуги при наличии упорядочения Вершика	22
2.3. Гёльдеровская верхняя оценка	23
2.4. Конкатенация и агрегация	25
2.5. Символические потоки	26
2.6. Гёльдеровские коциклы	27
2.7. Сбалансированные, регулярные по Ляпунову и гиперболические марковские компакты	28
2.8. Свойство Гёльдера для коциклов	30
2.8.1. Верхняя оценка	30
2.8.2. Логарифмическая асимптотика на бесконечности	30
2.8.3. Математическое ожидание и дисперсия для гёльдеровских коциклов	32
2.9. Приближение слабо липшицевых функций	32
2.10. Аппроксимационная теорема для случайных марковских компактов	34
2.10.1. Косые произведения, сопоставленные сдвигу и ренормализационному коциклу	34
2.10.2. Свойства случайных марковских компактов	35
2.10.3. Двойственность	36
2.10.4. Сбалансированные случайные марковские компакты и аппроксимационная теорема	36
2.10.5. Гиперболические случайные марковские компакты	37
Глава 3. Ренормализационный поток на пространстве марковских компактов с мерой	37
3.1. Пространство марковских компактов с мерой	37
3.1.1. Ренормализационный поток и ренормализационный коцикл	38
3.1.2. Характеризация конечно аддитивных мер	39
3.1.3. Пространство “символических потоков переноса”	42
3.2. Предельные теоремы в случае простого второго показателя Ляпунова	43
3.2.1. Главный член в асимптотике эргодического интеграла	43
3.2.2. Рост дисперсии	44
3.2.3. Формулировка и доказательство предельной теоремы	46
3.2.4. Омега-предельные множества предельных распределений	47
3.3. Предельные теоремы в общем случае	49
3.3.1. Формулировка и доказательство предельной теоремы	49
3.3.2. Атомы предельных распределений	51
3.3.3. Накопление к нулю для предельных распределений	53
3.4. Эргодические средние для автоморфизмов Вершика	55
3.4.1. Пространство односторонних марковских компактов	55
3.4.2. Автоморфизм Вершика	57

Глава 4. Марковские компакты и абелевы дифференциалы	57
4.1. Символическое кодирование для потоков на плоских поверхностях ..	57
4.1.1. Перекладывания отрезков как автоморфизмы Вершика	57
4.1.2. Потоки на плоских поверхностях как символические потоки ..	60
4.2. Пространство зашнурованных прямоугольников Вича	62
4.2.1. Индукция Рози–Вича	62
4.2.2. Построение зашнурованных прямоугольников	64
4.2.3. Зашнурованные прямоугольники и абелевы дифференциалы ..	64
4.2.4. Пространство зашнурованных прямоугольников	64
4.2.5. Соответствие между коциклами	66
4.3. Зашнурованные прямоугольники и марковские компакты	69
4.3.1. Основные леммы	69
4.3.2. Коды Рози–Вича зашнурованных прямоугольников	71
4.3.3. Марковский компакт, соответствующий зашнурованному пря- моугольнику	71
4.3.4. Свойства символического кодирования	72
Приложение А. О мультипликативной эргодической теореме Оселедца ...	75
А.1. Теорема Оселедца–Песина о редукции	75
А.2. Лемма Вианы о простоте старшего показателя Ляпунова	76
Приложение В. Соответствие между символическими и геометрическими конструкциями	77
Список литературы	78